Designing and Analyzing the Programs of Contractual Savings for Housing: Dynamic Model

Polterovich, Victor and Starkov, Oleg and Ilinskiy, Dmitry

CEMI RAS

7 November 2013

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ССУДО-СБЕРЕГАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ ИПОТЕЧНОГО КРЕДИТОВАНИЯ: ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ*

Д.Г. Ильинский, В.М. Полтерович, О.Ю. Старков

(Москва)

Предложена динамическая модель ссудо-сберегательной программы (ССП) ипотечного кредитования. Введены понятия устойчивости, а также сильной и слабой устойчивости ссудо-сберегательных траекторий, порожденных ССП; получены необходимые и достаточные условия, гарантирующие выполнение этих свойств. Приведенные результаты расчетов показывают, что ССП обеспечивают устойчивое кредитование участников программы в достаточно широком диапазоне изменения параметров, близких к реальным.

Ключевые слова: ипотека, ссудо-сберегательная программа, стройсберкасса, специальный счет, устойчивость.

Классификация JEL: D02, D14, G21.

Designing and Analyzing the Programs of Contractual Savings for Housing: a Dynamic Model

D.G. Ilinsky, V.M. Polterovich, O.Y. Starkov

We develop a dynamic model for analyzing the programs of contractual savings for housing (CSH). We introduce concepts of stability as well as strong and weak stability of trajectories generated by CSH programs, and obtain the necessary and sufficient conditions that guarantee fulfillment of these properties. Experimental calculations indicate that CSH programs ensure stable financing of its members under wide range of variation of parameters which are close to real data.

Keywords: mortgage, programs of contractual savings for housing, Bausparkassen, contractual savings for housing bank accounts, stability

JEL Classification: D02, D14, G21.

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда (проект 11-02-00493). Принята к публикации в журнале «Экономика и математические методы», 2014, № 2.

1. ВВЕДЕНИЕ

Целью настоящей работы является создание математической модели, которую можно было бы использовать для разработки и анализа ссудо-сберегательных программ (планов) (ССП) ипотечного кредитования. В работах (Полтерович, Старков, 2007, 2010) было показано, что в странах с несовершенными институтами и высоким отношением цены жилья к среднедушевому доходу внедрение именно таких программ целесообразно положить в основу стратегии развития массового рынка жилищного ипотечного кредитования. В настоящее время эта идея проходит апробацию в рамках так называемой «Народной ипотеки» в Краснодарском крае и Ростовской области (см., например, (Козлов. Филатова, 2011; Артемова, 2012; Михайлова, 2013), а также (Народная ипотека» на Дону, 2013)).

ССП характеризуются двумя принципиальными отличиями от других ипотечных институтов. Во-первых, выдача кредита в рамках этих программ обусловлена регулярным накоплением вкладчиком первоначального взноса в течение достаточно длительного времени (обычно 4–6 лет). Во-вторых, регулярное накопление стимулируется субсидиями из государственного (федерального или регионального) бюджета – премиями на стройсбережения. При этом вкладчики, нарушающие план накопления, лишаются премий, а при многократных нарушениях – исключаются из программы. Благодаря этим особенностям:

а) ССП доступны гражданам с невысокими доходами;

б) ненадежные заемщики выявляются уже на стадии накопления и не получают кредита;

в) проценты по депозитам и кредиту могут быть достаточно низкими (обычно 2–3% или 5–6%), – чтобы эффективный процент по депозитам с учетом премии оказался на достаточно высоком уровне, а ставка по кредиту привлекала вкладчиков и обеспечивала достаточно высокую маржу банку.

Вывод о целесообразности внедрения ССП базировался на изучении эволюции ипотечных институтов, рассмотрении 125 эпизодов заимствования ипотечных институтов в 63 странах за 230 лет, анализе недавнего опыта стран Восточной Европы и России, включая и кризисный период, и, наконец, – расчетах по математической модели на российских данных (Полтерович, Старков, 2007). В работе (Полтерович, Старков 2010) было предложено начать формирование массовой ипотеки в России с эксперимента в одном из регионов.

ССП могут быть реализованы в рамках специализированных институтов – стройсберкасс (ССК) или строительно-сберегательных кооперативов, либо в форме специальных жилищных накопительных счетов в банке (ЖНС). Хотя в практике других стран ЖНС используются сравнительно редко, исследование, проведенное в (Полтерович, Старков, 2011), показало, что в современной России именно эта форма имеет наибольшие шансы на успех, поскольку ее внедрение связано с наименьшим сопротивлением заинтересованных участников.

Идею построения экспериментальной системы ЖНС на уровне региона впервые воплотила в жизнь администрация Краснодарского края и Сбербанк РФ в октябре 2011 г. К ноябрю 2013 г. свыше 4000 жителей края открыли жилищно-накопительные счета. При разработке этой системы нами была использована модель, близкая к изучаемой ниже (Ильинский, Полтерович, Старков, 2012).

Качество работы ССП зависит от сочетания значений экзогенных параметров и управляющих переменных. К первым (экзогенным параметрам) относятся: приток вкладчиков[1], процент по внешним кредитам, ставка резервирования, норма страховых отчислений, частота нарушений планов накопления, вероятность невыплаты кредита, доля «друзей» вкладчиков[2], распределение помесячных взносов вкладчиков, цены предпочитаемых ими квартир. К управляющим переменным относятся: ставки по депозитам и кредитам, сроки накопления и кредитования, ставка премии на сбережения, предельный уровень премии в месяц. Управляющие переменные следует выбирать так, чтобы при изменениях экзогенных параметров в достаточно широком диапазоне обеспечить преимущество ССП перед альтернативными ипотечными программами для вкладчиков с невысокими доходами, банка и государства (региональной администрации или федерального центра). Необходимым условием для решения этой задачи является финансовая устойчивость. Поясним это понятие.

При заданном наборе экзогенных параметров каждая ССП порождает ссудосберегательную траекторию (ССТ), характеризующуюся множествами вкладчиков, находящихся на той или иной стадии накопления и выплаты кредитов, суммами их средств на счетах, их задолженностей и т.п.

ССТ *допустима*, если в каждый момент времени она предусматривает обязательства по кредитам, не превосходящие имеющиеся в рамках ССП денежные средства. Для обеспечения допустимости ССТ может оказаться необходимым либо создать очередь вкладчиков, выполнивших программу сбережений и ожидающих кредита, либо привлечь внешние займы[3]. В этих

---

[1] Строго говоря, параметры ССП могут влиять на приток вкладчиков; эту связь мы не учитываем.

[2] «Друзьями» вкладчиков называют участников ССП, накапливающих средства в течение достаточно длительного времени (обычно пять лет), но отказывающихся от кредита. Накопления «друзей» вкладчиков используются для кредитования заемщиков. Поэтому «друзьям» разрешено выйти из ССП, забрав не только накопленные средства с процентами, но и премии на сбережения.

[3] Если ССП воплощается в виде специальных банковских счетов, то привлекаются дополнительные ресурсы самого банка.

случаях говорят о наличии *кассового разрыва*.

Мы говорим, что ССТ *финансово устойчива*, если, начиная с некоторого момента времени, она не допускает кассовых разрывов. ССТ *финансово устойчива в сильном смысле*, если она устойчива и не допускает кассовых разрывов вовсе, т.е. если она не предусматривает ни очередей, ни займов. Соответственно ССП *финансово устойчива* (*в сильном смысле*), если в заданном диапазоне изменений экзогенных параметров устойчива в сильном смысле любая порожденная ею траектория. Очевидно, очереди являются источником дополнительных издержек для вкладчиков, а при необходимости прибегать к внешним займам возникают дополнительные риски для ССП. Модель должна позволить разработчику исследовать ССП на допустимость и финансовую устойчивость.

Очевидно, что для решения сформулированных задач необходима динамическая модель ССП. Между тем ни одна из известных нам прикладных моделей ССК не позволяет достаточно полно учесть переходную динамику, возникающую при изменении экзогенных параметров, в то время как именно такие изменения могут привести к кризису системы ССП. Поэтому на практике модели дополняются эвристическими процедурами для поддержания баланса в условиях существенного роста цен на жилье и нестабильного вступления в систему новых участников.

Практически во всех известных нам работах предполагается, что параметры накопления и кредитования не меняются со временем и анализируются соответствующие стационарные режимы (см., в частности (Laux (2005)). Статической является и модель, разработанная в монографии (Полтерович, Старков, 2007) для других целей.

Наиболее близкой к нашей является модель с перекрывающимися поколениями, использованная в статье (Scholten, 2000) для анализа простейшего типа ССП. Однако и в этом случае фактически рассматриваются только стационарные режимы. В этой модели все вкладчики одинаковые, их приток постоянный; бюджетная премия на сбережения не предусматривается; принято упрощенное правило назначения очередности при выдаче кредита (жребий).

Предлагаемая ниже модель (подразд. 2–3) представляет систему нелинейных рекуррентных соотношений, описывающих динамику ССП (системы спецсчетов). Модель позволяет для каждого момента времени рассчитать: число вкладчиков с разными сроками накопления; число вкладчиков, получивших право на кредит с разными сроками его ожидания; структуру внешних заимствований; число заемщиков, получивших кредиты в разное время; сумму, накопленную на депозитах; кредитную массу. При этом имеется возможность учесть изменения притока вкладчиков, темпы инфляции, изменения темпа роста доходов и ставок процента на внешнем рынке, а также вариации внутренних параметров спецсчетов: процентных ставок, сроков и объемов накопления и кредитования.

Благодаря этому модель дает возможность решать описанные выше задачи, и, таким образом, разрабатывать планы накопления и кредитования участников ССП, устойчивые к колебаниям экзогенных параметров.

Модель включает два важных частных случая, отражающие варианты ССП, используемые на практике:

1) строительно-сберегательная касса (ССК). В этом случае на социальные премии начисляется процент, текущая прибыль идет частично в кредитную массу, частично выплачивается акционерам[4]. Возможны очереди и займы под внешние проценты;

2) жилищно-накопительный счет в банке (спецсчет, ЖНС). В этом варианте нет процентов на социальные премии, нет очередей (кассовые разрывы покрывает банк), прибыль идет банку.

В подразд. 4 сформулированы условия финансовой устойчивости и сильной финансовой устойчивости ССП. В подразд. 5 приведены результаты экспериментальных расчетов. Здесь исследованы границы финансовой устойчивости ССП.

Различные серии расчетов соответствовали различному выбору управляющих переменных (срок кредитования, величина дотации на сбережения, размер гарантированного кредита) и экзогенных параметров (процент «друзей вкладчиков», рыночные ставки процента внешних заимствований и вложений). Кроме того, была исследована реакция ссудо-сберегательных траекторий на изменение внешних условий. При этом важнейшие параметры менялись достаточно резко и в широком диапазоне. В частности, рассматривалось падение притока вкладчиков на 50% и его полное прекращение.

Расчеты показали, что в российских условиях ССП обеспечивают устойчивое кредитование участников программы в широком диапазоне изменения внешних условий и внутренних параметров. При этом дефицит средств, приводящий к необходимости займов и возникновению очередей, наблюдается чаще не в стационарном, а в переходном режиме.

Последний результат явственно демонстрирует преимущество предлагаемой модели над известными, описывающими лишь стационарные режимы. Отсутствие длительного дефицита средств является важнейшей характеристикой ССП, характеризующей ее устойчивость: при вы-

[4] Различают два типа ССК – общественные и частные. Прибыль полностью или частично направляется акционерам в частных ССК.

соком и длительном дефиците банк (или ССК) терпит убытки. А в случае невозможности обслужить потенциальных заемщиков возникает опасность массового «бегства вкладчиков». Стационарные модели дают чрезмерно оптимистические оценки и не позволяют получить своевременную информацию об угрозе кризиса.

2. АГЕНТЫ ССП: ОБЩАЯ СХЕМА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В данном разделе дается описание общей схемы взаимодействия участников ипотечной системы: потребителя, ссудо-сберегательного института (ССИ), банка и регионального или федерального правительства. Под ССИ здесь и далее подразумевается организация, которая занимается всеми операциями ССП: это может быть как сберегательный банк, так и специализированный банковский институт – ССК. Там, где две модели различаются, будут даны соответствующие указания.

Потребитель. Потребитель, желающий приобрести жилье, обращается в ССИ для выбора ссудно-сберегательного плана. Его важнейшими характеристиками является срок накопления (длительность ожидания жилья), срок кредитования, площадь приобретаемого жилья и размеры ежемесячных выплат при накоплении и выплате кредита. В принципе поведение потребителя можно описать стандартной моделью потребительского выбора. В данном случае она учитывала бы временные предпочтения агента и представляла бы собой задачу максимизации интегральной полезности при бюджетном ограничении.[5]. Из этой модели можно было бы определить спрос потребителей на квартиры той или иной площади. Однако выявление потребительских предпочтений – сложная задача. Поэтому мы будем предполагать заданным распределение потребителей по величине предпочитаемых ежемесячных выплат и предпочитаемому сроку накопления.

Потребитель, вступивший в ССП, может находиться на одной из ее трех стадий: накопления, очереди, выплаты кредита.

1. *Накопление.* Каждый месяц потребитель вносит сумму денег (*взнос*), не меньшую заранее фиксированной величины. На взнос ССИ начисляет процент по депозиту. Кроме того, с определенной периодичностью (обычно раз в месяц или в квартал) государство выплачивает потребителю премию (*социальную выплату*), пропорциональную сумме внесенных за период взносов.

2. *Очередь.* При нехватке кредитной массы потребитель после окончания накопления мо-

[5] При таком описании потребителя рассматриваемая ниже модель становится вариантом модели с перекрывающимися поколениями.

жет не сразу получить кредит, а оказаться в очереди за кредитом. Правила формирования очереди формулируются заранее. На практике очередь может формироваться в рамках ССК, но обычно не предусматривается в рамках ЖНС.

3. *Выплата кредита.* В течение срока кредитования агент ежемесячно вносит платежи за кредит. После завершения выплат по кредиту он выходит из системы с приобретенным в собственность жильем.

При вступлении в ССП потребитель заключает договор с ССИ, где указываются параметры его тарифного плана (срок накопления, ставка по депозиту и т.п.)[6]. Специальным решением государство обязуется выплачивать ему премию на сбережения из федерального или регионального бюджета. Участник, нарушивший контракт, получает накопленные деньги плюс определенный процент, но лишается премии. Если участник полностью выполнил программу накопления длительностью более определенного срока (обычно, более 5 лет), он вправе отказаться от кредита и получить все накопленные им средства с процентами и премией без покупки жилья[7]. Таких агентов называют «друзьями» вкладчиков (см. сноску 2).

Ссудо-сберегательный институт (ССИ). В рамках ССП процентные ставки по кредитам и депозитам ниже рыночных и обычно не зависят от инфляции. Небольшая маржа (разность между ставками, обычно 3–4%), а также процентный доход от инвестиций временно свободной кредитной массы являются источниками прибыли, которую получает ССИ. Между администрацией и ССИ заключается соглашение о предоставлении вкладчикам бюджетных субсидий.

В рамках ЖНС проценты на сумму премий государства могут не начисляться.

Для выдачи кредитов формируется кредитная масса из целевых вкладов физических лиц, выплат в счет погашения ранее выданных кредитов, неиспользованного ранее остатка и резерва. Если денег для выплаты кредитов по-прежнему не хватает, ССК формирует очередь вкладчиков за кредитом. В отличие от ССК банк для преодоления кассового разрыва должен привлечь собственные средства, поступившие от операций, не связанных с ССП, либо заемные средства. Средства ССП, временно свободные от обязательств перед вкладчиками и иными кредиторами, банк может использовать для вложения в государственные ценные бумаги или на иные рыночные операции.

Для покрытия финансовых разрывов ССИ может также создать специальный фонд пополнения распределяемой массы (резерв). Формирование резерва осуществляется за счет про-

[6] На практике вначале может быть заключен договор о накоплении и лишь по его окончании – договор о кредите. В этом случае в первом договоре условия второго указываются, но не имеют обязательного характера, и при определенных обстоятельствах могут быть пересмотрены банком.
[7] На практике это право может быть предоставлено не всем, а лишь специальным группам потребителей.

центных доходов, полученных от вложений временно свободной части распределяемой массы в рыночные операции и государственные ценные бумаги.

Государство выплачивает вкладчику субсидии в процентах от его взносов (ежемесячно, ежеквартально, либо в конце каждого года).

3. МОДЕЛЬ ССП (СПЕЦСЧЕТОВ И СТРОЙСБЕРКАССЫ)

3.1. Некоторые обозначения

Проценты. В модели вводятся следующие ставки процента: ставка по депозитам[8] – p, кредитная ставка – c, ставка по займу – z, ставка процента по внешним инвестициям – u, ставка начислений на сбережения (ставка субсидирования) – s.

Если обозначить через $p_{\text{год}}, c_{\text{год}}, u_{\text{год}}, z_{\text{год}}$ годовые ставки, то формулы пересчета на месяц следующие: $p = p_{\text{год}}/12, \quad c = c_{\text{год}}/12, \quad u = u_{\text{год}}/12, \quad z = z_{\text{год}}/12.$

Последовательность операций. Время в модели дискретное. Единицей расчета времени является месяц. За один период времени производятся следующие операции. В начале периода вкладчики вносят деньги на депозиты. В конце периода им начисляются проценты и субсидии. Кроме того, заемщики осуществляют выплаты по кредитам. Затем внесенные агентами суммы и ранее накопленные средства используются для выдачи новых контрактных сумм.

Далее, если не оговорено иное, под значением функции в момент времени t понимается значение этой функции в конце периода t.

Модели ССК и спецсчетов. Для различения двух моделей будем использовать параметр δ:

$$\delta = \begin{cases} 1 - & \text{для модели ССК,} \\ 0 - & \text{для модели спецсчетов.} \end{cases}$$

3.2. Накопление. Будем считать, что социальные выплаты производятся каждый месяц: это упрощает формулы и вычисления.

Пусть A – множество всех агентов-участников ССП (вкладчиков и заемщиков). При появлении в системе агент $a \in A$ задается тремя параметрами: временем появления в системе $T_{\text{нач}}(a)$, размерами взносов $P(t,a)$ в месяц t и длительностью периода накопления $\tau(a)$. (Для удобства записи формул там, где это несущественно, будем опускать параметр a.) Каждый

---

[8] В базовой версии модели вводились следующие значения процентов: $p_{\text{год}} = 0{,}02$, $c_{\text{год}} = 0{,}06$, $u_{\text{год}} = 0{,}06$, $z_{\text{год}} = 0{,}08$, $s = 0{,}3$.

месяц в период накопления агент получает процент p на вклад и социальные выплаты (т.е. процент s от взносов $P(t)$ за текущий месяц накопления). Обозначим через $T_{кон}(a)$ период последнего взноса агента a, тогда $T_{кон} = T_{нач} + \tau - 1$.

Найдем объем накоплений агента a. На момент времени $t \le T_{кон}$ накопленная сумма $M(t,a)$ в конце периода t вычисляется по формуле:

$$M(t) = \sum_{\beta=T_{нач}}^{t} P(\beta)(1+p)^{t-\beta+1} + s\sum_{\beta=T_{нач}}^{t} P(\beta)(1+\delta\, p)^{t-\beta+1}. \qquad (1)$$

Мы считаем, что $M(t)=0$, если верхний индекс суммирования меньше нижнего. Правая часть этой формулы состоит из двух слагаемых: первое – взносы с учетом процентов, второе – социальные выплаты. Второе слагаемое отражает тот факт, что процент на социальные выплаты начисляется для ССК, но не для спецсчетов.

В случае $t = T_{кон}$ получаем формулу для полного объема накоплений:

$$M(T_{кон}) = \sum_{\beta=T_{нач}}^{T_{кон}} P(\beta)(1+p)^{T_{кон}-\beta+1} + s\cdot\sum_{\beta=T_{нач}}^{T_{кон}} P(\beta)\,(1+\delta\cdot p)^{T_{кон}-\beta+1} \qquad (2)$$

3.3. Очередь. Если вкладчик ССК завершил накопление, но имеющийся в наличии объема кредитной массы недостаточно для выдачи ему контрактной суммы, а внешние займы не используются, вкладчик попадает в очередь за кредитом. При этом он больше не делает взносов, и, хотя на накопленные им средства начисляется процент p, объем причитающегося ему кредита остается постоянным, поскольку зависит только от размера накоплений без учета процентов, начисленных в очереди. Однако проценты влияют на объем контрактной суммы.

Итак, для агента a, стоящего в очереди в момент времени $t \ge T_{кон}$, количество накопленных средств $M(t)$ равно

$$M(t) = \sum_{\beta=T_{нач}}^{T_{кон}} P(\beta)(1+p)^{t-\beta+1} + s\sum_{\beta=T_{нач}}^{T_{кон}} P(\beta)(1+\delta p)^{t-\beta+1}. \qquad (3)$$

Объем контрактной суммы $K(t,a)$ агента a в момент времени $t \ge T_{кон}$ равен сумме объемов накопленных средств $M(t,a)$ и кредита $C(a)$. Считаем, что объем кредита пропорционален сумме $M(T_{кон})$ и коэффициент пропорциональности Λ зависит от ССП[9]:

[9] Коэффициент Λ в расчетах полагался равным 1.

$$K(t) = M(t) + C, \quad C = M(T_{\text{кон}})\Lambda. \tag{4}$$

3.4. Кредитование. Обозначим через $T_{\text{кр}}(a)$ период, в конце которого агент a получает контрактную сумму. При отсутствии очереди $T_{\text{кр}}(a) = T_{\text{кон}}(a)$. Первая выплата по кредиту производится в момент $T_{\text{кр}}(a)+1$.

Введем характеристики кредита.

Срок кредита $\tau_{\text{кр}}(a)$ определяется временем накопления агента *a* (без учета очереди), умноженного на коэффициент Υ [10]: $\tau_{\text{кр}} = \Upsilon\tau = \Upsilon(T_{\text{кон}} - T_{\text{нач}} + 1)$.

Процент за кредит обозначаем через c. Выплаты по кредиту рассчитываются по аннуитету. Это означает, что каждый период агент выплачивает одну и ту же сумму денег, включающая выплату по телу кредита и проценты. Легко проверить, что *ежемесячные выплаты* $B(a)$ *по кредиту* объемом *C* агента *a* вычисляются по формуле:

$$B = \frac{C\,c}{1-(1+c)^{-\tau_{\text{кр}}}} = \frac{(1+c)^{\tau_{\text{кр}}}c}{(1+c)^{\tau_{\text{кр}}}-1}C. \tag{5}$$

Пусть $T_{\text{кр}} + 1 \le t \le T_{\text{кр}} + \tau_{\text{кр}}$ (т.е. в момент *t* агент находится в состоянии выплат по кредиту). Через $V(t,a)$ обозначим *оставшийся объем тела кредита*, а через $E(t,a)$ – *выплаты по телу кредита* в момент времени *t*.

Формулы для вычисления $V(t,a)$ и $E(t,a)$ запишутся так (символ *a* опускаем):

$$V(t) = \begin{cases} C, \text{ если } t = T_{\text{кр}}; \\ V(t-1) - E(t), \text{ если } t > T_{\text{кр}}, \end{cases}$$

$$E(t) = B - V(t-1)c, \quad \text{если } t \ge T_{\text{кр}} + 1.$$

Найдем явное выражение для $V(t)$ и $E(t)$ через C. Учитывая (5), прямой подстановкой в определение несложно проверить, что

$$V(T_{\text{кр}} + \tau) = \frac{(1+c)^{\tau_{\text{кр}}} - (1+c)^{\tau}}{(1+c)^{\tau_{\text{кр}}}-1}C, \ \tau_{\text{кр}} \ge \tau \ge 0. \tag{6}$$

Отсюда получаем формулу для $E(t)$ при $t = T_{\text{кр}} + \tau$:

---

[10] В расчетах Υ полагался равным 1,5.

$$E\left(T_{\text{кр}}+\tau\right)=\frac{(1+c)^{\tau-1}c}{(1+c)^{\tau_{\text{кр}}}-1}C,\ \ \tau_{\text{кр}}\ge\tau\ge 1. \tag{7}$$

3.5. «Друзья» вкладчиков и нарушители контракта. Кроме обычных агентов, проходящих стадии накопления, очереди и кредитования, есть еще два особых типа агентов.

«Друзья» вкладчиков. Этот тип агентов фактически выполняет вспомогательную функцию в ССП: они копят взносы, а затем отказываются от кредита, забирают свой вклад с процентами и субсидиями и выходят из системы. «Друзьями» могут быть только агенты, накапливающие средства пять лет или более. За их счет поддерживается кредитная масса, обеспечивающая выплаты агентам-заемщикам.

Нарушители контракта. Это агенты, которые разрывают контракт на стадии накопления до ее завершения[11]. Они забирают свои деньги с накопленными процентами[12], но без социальных выплат и таким образом играют в модели роль, аналогичную «друзьям» вкладчиков.

3.6. Ссудо-сберегательный институт (банк или ССК). Несколько упрощенно схема работы ССИ выглядит следующим образом. В начале каждого периода мы собираем взносы от вкладчиков и вместе с остатком средств за предыдущий период (если остаток положительный) инвестируем их под заданный процент. В конце периода полученные средства с процентами и выплаты по кредиту формируют так называемую *кредитную массу*[13]. Далее выдаются средства «друзьям» вкладчиков и нарушителям. После этого обслуживаются агенты, ожидающие в очереди выдачи контрактных сумм. Как отмечалось выше, их место в очереди определяется некоторым правилом (в зависимости от момента завершения накопления, размера взносов, времени накопления); им последовательно выдаются контрактные суммы. В результате либо получат обслужмвание все агенты, ожидающие выдачи контрактных сумм, либо будет исчерпана кредитная масса. Остаток кредитной массы частично используется для формирования прибыли ССИ[14], частично переходит на следующий период.

Средства резерва, создаваемого ССК, отличаются повышенной ликвидностью. В нашей модели этот аспект не учитывается, мы считаем, что резервный фонд является частью остатка кредитной массы.

[11] Термин «нарушители» условен: формально вкладчик вправе досрочно выйти из ССП.

[12] Возможно также снижение ставки нарушителям; мы предполагаем, что ставка не изменяется.

[13] Понятие кредитной массы в системе специальных счетов условно. В реальности средства ССП могут ничем не отличаться от других средств банка.

[14] В бухгалтерских расчетах прибыль формируется за счет процентов по кредитам вкладчикам и по внешним вложениям временно свободных средств. Однако в модели для целей нашего исследования удобно все поступления приплюсовывать к кредитной массе и из нее же производить отчисления.

Будем считать, что в момент времени t произошел *кассовый разрыв*, если в этом периоде кредитной массы не хватает на обеспечение контрактами всех агентов, получивших право на кредит.

Отметим, что на начальной стадии существования системы контрактные суммы агентам не выдаются: агенты только накапливают средства. Поэтому на этой стадии не может быть кассового разрыва. В соответствующие периоды ССИ инвестирует имеющиеся у него средства, формируя кредитную массу, которая используется на начальных стадиях кредитования. Она пополняется благодаря притоку вкладчиков и выплатам по кредиту. Однако, когда в ССИ только формируется «линейка» заемщиков, находящихся на разных стадиях выплаты кредита, накопленной кредитной массы и притока денег может оказаться недостаточно, тогда возникает кассовый разрыв. В этом случае ССК формирует очередь, а банк использует имеющиеся у него средства, либо прибегает к займу. В дальнейшем мы не различаем два последних способа покрытия разрыва банком, полагая, что стоимость собственных и заемных средств для банка одинаковая. В обоих случаях привлечение средств сверх имеющейся кредитной массы рассматривается как заем.

Очередь и займы моделируются следующим образом. Назначается максимально возможное время нахождения в очереди T. Если в какой-то момент времени возникают вкладчики, находящиеся в очереди T периодов, то контрактная сумма выдается им за счет займа. Если T достаточно велико, то при естественных условиях займы отсутствуют; так моделируется ССК. Если $\mathrm{T}=0$, то очереди не возникает никогда. Именно так происходит, если в качестве ССИ выступает банк. На внешний заем начисляются процент z, заем с процентами выплачивается за счет кредитной массы.

Опишем еще раз последовательность действий ссудо-сберегательного института. В начале каждого периода поступают взносы от вкладчиков, которые используются для внешних инвестиций. В конце периода ССИ располагает кредитной массой, включающей взносы с процентами, платежи по выданным ранее кредитам и остаток кредитной массы прошлого периода с учетом полученных (если он положителен) или уплаченных по нему процентов (отрицательный остаток покрывается за счет внешних займов). Из кредитной массы выдаются деньги друзьям вкладчиков и агентам-нарушителям, производятся выплаты по внешним займам, накопленные премии нарушителей возвращаются в бюджет. Далее, по описанным выше правилам выдаются контрактные суммы, и таким образом формируется остаток кредитной массы, используемый в следующем периоде.

Будем обозначать через $\Delta(t)$ объем кредитной массы перед началом выдачи средств «друзьям» вкладчиков и агентам-нарушителям, $\Delta_{\text{кон}}(t)$ – остаток кредитной массы после всех выплат.

3.7. Формирование и использование кредитной массы. В множестве агентов A выделим следующие подмножества: $F(t)$ – «друзья» вкладчиков, заканчивающие накопления в момент t, $R(t)$ – агенты-нарушители, разрывающие контракт в момент t, $N(t)$ – агенты, находящиеся на стадии накопления в момент t, $O(t)$ – агенты, ожидающие выдачи кредита в момент t, $W(t)$ – агенты, выплачивающие кредит в момент t.

Формирование кредитной массы. В начале периода t вкладчики приносят средства в размере $\sum_{a\in N(t)} P(t,a)$. К концу периода доход от инвестирования этих средств составит $\sum_{a\in N(t)} P(t,a)u$, где u – ставка по внешним инвестициям, которую мы считаем фиксированной[15].

Кредитная масса в конце периода формируется следующим образом. От вкладчика a в нее поступает взнос $P(t,a)$ с учетом инвестиций u и социальных выплат s, т.е. $P(t,a)(1+u+s)$. От заемщика приходит выплата по кредиту $B(a)$.

Кроме того, в кредитную массу включается остаток предыдущего периода $\Delta_{\text{кон}}(t-1)$ с учетом процентов. Если остаток был положительным, то в течение периода он использовался в качестве внешних инвестиций, если отрицательным, то для его покрытия был привлечен внешний заем, и, следовательно, на него начислены проценты по займу. Считаем, что заем берется на один период, так что в конце периода он возвращается за счет имеющихся средств или нового займа. Для удобства записи введем обозначения

$$\Delta_{\text{кон}+}(t-1)=\max\{0,\Delta_{\text{кон}}(t-1)\},\ \Delta_{\text{кон}-}(t-1)=\min\{0,\Delta_{\text{кон}}(t-1)\}.$$

Тогда в кредитную массу добавляется $\Delta_{\text{кон}+}(t-1)(1+u)+\Delta_{\text{кон}-}(t-1)(1+z)$. В итоге получаем, что объем кредитной массы $\Delta_{\text{кон}}$ до выдачи денег специальным агентам и контрактных сумм равен

$$\Delta(t)=(1+u+s)\sum_{a\in N(t)} P(t,a)+\sum_{a\in W(t)} B(a)+\Delta_{\text{кон}+}(t-1)(1+u)+\Delta_{\text{кон}-}(t-1)(1+z). \quad (8)$$

---

[15] В базовой модели *u* бралось из расчета 6% годовых.

Естественно считать, что $z \geq u$, в противном случае можно было бы получать прибыль, просто инвестируя заимствованные средства. При выполнении этого неравенства соотношение (8) можно переписать в более удобном виде

$$\Delta(t) = (1+u+s)\sum_{a\in N(t)} P(t,a) + \sum_{a\in W(t)} B(a) + \Delta_{\text{кон}}(t-1) + \min\left\{\Delta_{\text{кон}}(t-1)u,\ \Delta_{\text{кон}}(t-1)z\right\}. \quad (8а)$$

Величина остатка $\Delta_{\text{кон}}(t-1)$ задается формулой (11) (см. далее).

Выдача денег специальным агентам. Друзьям вкладчиков выдаются суммы $M(t,a)$, накопленные ими к концу периода *t*. Агентам-нарушителям, прекращающим участие в ССП в момент *t*, выдается накопленная сумма за вычетом социальных выплат:

$$M(t,a) - s\sum_{\beta=T_{\text{нач}}(a)}^{t} P(\beta,a),$$

а соответствующие социальные выплаты возвращаются в бюджет.

Таким образом, из кредитной массы вычитаются деньги на выдачу «друзьям» вкладчиков, агентам-нарушителям и возврат в бюджет. Обозначим кредитную массу после выдачи денег специальным агентам через $\tilde{\Delta}(t)$, тогда

$$\tilde{\Delta}(t) = \Delta(t) - \sum_{a\in F(t)} M(t,a) - \sum_{a\in R(t)} M(t,a). \quad (9)$$

Отметим, что кредитная масса может оказаться отрицательной. В этом случае на недостающая сумма заимствуется под определенный процент.

Выдача контрактных сумм. ССИ должен выдать кредиты агентам, которые закончили накапливать средства. Выдача происходит следующим образом: агенты выстраиваются в некотором порядке, а потом им в порядке очереди выдаются денежные средства. Порядок может быть устроен разными способами и учитывать время нахождения в очереди, размер ежемесячного взноса, время накопительного периода. Например, можно упорядочивать агентов по убыванию времени ожидания в очереди, потом – по убыванию времени накопления, а затем – по убыванию размеров ежемесячных взносов. Если при этом все же возникает неоднозначность, то можно дополнительно использовать случайный выбор.

Обозначим через H – упорядоченный список агентов, которым предстоит выдать контрактные суммы $K(t,H_i)$ (объем контрактных сумм определяется формулой (4)), здесь H_i – агент, стоящий в очереди на месте i. Находим максимальное число вкладчиков *m*, которым можно выдать контрактную сумму, не используя заем. Оно определяется формулой:

$$m=\max\nolimits_j\left\{j:\ \tilde{\Delta}(t)-\sum\nolimits_{i=1}^{j}K\left(t,H_i\right)\geq 0\right\}. \tag{10}$$

Выдаем контрактные суммы всем агентам $H_1,\ldots,H_m$. Если после этой операции остались агенты, которым предстоит выдать контрактную сумму за счет займа (это агенты, которые стоят в очереди ровно T периодов), то им тоже выдаем контрактную сумму. Пусть l – последний номер агента, который находится в очереди T периодов (если таких нет, положим $l=0$). Тогда множество агентов, которым выдаются контрактные суммы, запишется так: $\left\{H_i\,\middle|\ i=1,\ldots,\max(m,l)\right\}$. Таким образом, обозначив через $\Delta_{\text{кон}}(t)$ оставшуюся после выдачи контрактных сумм кредитную массу, с учетом (4), имеем

$$\Delta_{\text{кон}}(t)=\tilde{\Delta}(t)-\sum\nolimits_{i=1}^{\max(m,l)}K(t,H_i)=\tilde{\Delta}(t)-\sum\nolimits_{i=1}^{\max(m,l)}M\left(t,H_i\right)-\Lambda M\left(T_{\text{кон}},H_i\right). \tag{11}$$

Остаток кредитной массы $\Delta_{\text{кон}}\left(t\right)$ переходит на следующий период. Операционные издержки банка, потери по просроченным и дефолтным кредитам, равно как издержки на резервирование и страхование, мы не учитываем.

Соотношения (1)–(11) вместе с (не конкретизированными выше) правилами формирования очереди описывают динамику ссудо-сберегательной программы.

4. УСТОЙЧИВОСТЬ ССУДО-СБЕРЕГАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ

4.1. Ссудо–сберегательные программы и траектории. Напомним введенные выше основные понятия. Под *ссудо-сберегательной программой* мы понимаем совокупность правил сбережения, назначения премии, формирования прибыли и очереди за кредитом, предоставление займов, правил выбора момента выдачи кредита, определения его объема, срока и объемов выплат. *Тарифным планом* будем называть набор числовых характеристик ССП.

Каждый агент ССП в произвольный момент времени может находиться в состоянии вкладчика, очередника или заемщика. Вкладчик характеризуется временем пребывания в ССП и функцией, определяющей размер взноса в каждый момент времени; кроме того, он может быть нарушителем, выходящим из системы в тот или иной момент времени[16], или «другом» вкладчиков. Очередника характеризует текущий объем накоплений; объем, накопленный за период накопления, и временя пребывания в очереди. Заемщика характеризует время с момента получения займа, объем невыплаченного кредита и программа выплат. Перечень агентов со всеми их характеристиками, величина остатка кредитной массы на конец периода и объем от-

[16] В реальных ССП предусматривается исключение агента из состава вкладчиков в соответствии с определенными правилами. Здесь мы на этом не останавливаемся.

числяемой прибыли определяют состояние ССП при заданном тарифном плане. Упорядоченная по времени последовательность состояний ССП называется *ссудо-сберегательной траекторией* (или, для краткости, траекторией, или ССТ).

Теперь определим прибыль ССП. Логично предположить, что ССП не получает никакой прибыли в момент времени *t*, если остаток кредитной массы $\Delta_{кон}(t)$ отрицательный (т.е. если мы находимся в состоянии кассового разрыва). Вместе с тем, если для данной траектории начиная с некоторого момента времени остаток растет (т.е. если постоянно образуются средства, которые не используются для выдачи контрактных сумм и покрытия прочих затрат), то можно отчислять некоторую его часть в прибыль ССП[17]. Будем считать, что в прибыль отчисляется максимально возможная сумма средств такая, что в результате отчисления не возникают кассовые разрывы.

Прибылью $\Omega(t_0)$ в момент времени t_0 называется такое максимальное значение X, $0 \le X \le \Delta_{кон}(t_0)$, что при замене остатка $\Delta_{кон}\left(t_0\right)$ на $\Delta_{кон}\left(t_0\right) - X$ измененная ССТ не будет находиться в состоянии кассового разрыва в моменты времени $t \ge t_0$.

Прибыль определена только для тех ССТ, у которых с некоторого момента времени t_0 не возникает кассовых разрывов, или, что то же самое, $\Delta_{кон}\left(t\right) \ge 0$ при $t \ge t_0$. Такие ССТ будем называть *финансово устойчивыми*.

Замечание. При определении прибыли мы должны знать, как будет вести себя траектория в дальнейшем. На практике мы не знаем будущих значений параметров и должны исходить из их прогноза, обеспечивая с некоторой вероятностью отсутствие разрывов. Более того, может оказаться выгодным допустить кассовый разрыв, так что введенное определение указывает нижнюю оценку реальной прибыли.

Будем говорить, что ССТ *финансово устойчива в сильном смысле*, если она никогда не допускает финансовых разрывов, т.е. $\Delta_{кон}\left(t\right) \ge 0$ при всех $t \ge 0$. Сильно устойчивая ССТ не предусматривает ни очередей, ни займов.

Соответственно, ССП является финансово устойчивой (в сильном смысле) в заданной области экзогенных параметров, если для любого набора из этой области устойчива (в сильном смысле) любая порожденная ею траектория.

4.2. Условия финансовой устойчивости. При изучении условий устойчивости ССП будет рассматриваться упрощенный вариант модели. Считаем, что нарушители контракта

---
[17] См. сноску 15.

отсутствуют, а при нехватке кредитной массы очередь не формируется, а используется внешний кредит. Кроме того, предполагаем, что процент по инвестициям не превосходит процента по внешнему кредиту $z \geq u$. Предположим также, что в начале каждого периода в ссудо-сберегательную программу вступает одинаковое число вкладчиков, среди которых имеется постоянная доля *k* «друзей». Друзья отличаются от остальных вкладчиков только тем, что не берут кредит и выходят из системы по окончании срока накопления. Взносы всех агентов постоянны и одинаковы. При этих предположениях можно без дальнейшего ограничения общности считать, что число агентов на входе равно $1+d$, где d –число друзей (так что их доля $k = d/(1+d)$), а взнос каждого агента равен 1.

Для упрощения формул введем обозначения:

$$c_+ = 1 + c,\ p_+ = 1 + p,\ u_+ = 1 + u. \tag{12}$$

Кредитная масса до начала выдачи кредитов. Вычислим кредитную массу $\Delta(\tau)$. Для этого найдем $\Delta(1)$ и выпишем рекуррентную формулу, выражающую $\Delta(t)$ через $\Delta(t-1)$ при $1 \leq t \leq \tau$.

Согласно (8), $\Delta(1)$ состоит из взноса вкладчика и «друзей» вкладчиков с учетом социальных выплат и инвестиций. Таким образом, $\Delta(1) = (1+d)(s+u_+)$. Докажем, что

$$\Delta(t) = (1+d)\left[(s+u_+)/u\right](u_+(u_+^t - 1)/u - t). \tag{13}$$

При $t = 1$ формула верна. Предположим, что она верна для некоторого $t < \tau$, тогда вычислим $\Delta(t+1)$. Сумма взносов вкладчика с учетом «друзей» равна $(t+1)(1+d)$, в предыдущем периоде остаток кредитной массы положительный. Выплат по кредитам нет. Снова применяя формулу (8), получаем:

$$\Delta(t+1) = (1+d)\Delta_{\text{кон}}(t)u_+ + (1+d)(1+s+u)(t+1) = (1+d)u_+\frac{s+u_+}{u}\left(u_+\frac{u_+^t - 1}{u} - t\right) +$$

$$+(1+d)\frac{s+u_+}{u}u(t+1) = \frac{(1+d)s+u_+}{u}\left(u_+\frac{u_+^{t+1} - 1 - u}{u} - u_+t + u(t+1)\right) =$$

$$= (1+d)\frac{s+u_+}{u}\left(u_+\frac{u_+^{t+1} - 1}{u} - u_+(t+1) + u(t+1)\right) = (1+d)\frac{s+u_+}{u}\left(u_+\frac{u_+^{t+1} - 1}{u} - (t+1)\right),$$

что совпадает с (13).

4.3. Выдача контрактных сумм. По определению, для сильной финансовой устойчивости необходимо и достаточно выполнение неравенства $\Delta_{\text{кон}}(t) \geq 0$ для всех t. Из формулы (13) следует, что $\Delta_{\text{кон}}(t) \geq 0$ при $t < \tau$. Найдем выражение для $\Delta_{\text{кон}}(t)$ при $t \geq \tau$.

Начиная с момента времени τ, мы выдаем контрактные суммы и возвращаем средства друзьям вкладчиков. Так как очередей нет, то в каждый период выдается ровно одна контрактная сумма. Ее величина равна $M(\tau)(1+\Lambda)$ (см. (4)), где объем накоплений $M(\tau)$ равен

$$M(\tau) = p_+^\tau + \text{K} + p_+ + s\tau = (p_+^\tau - 1)p_+ / p + s\tau, \tag{14}$$

а разхмер кредита $C(\tau) = \Lambda M(\tau)$. «Друзьям» вкладчиков возвращается сумма $M(\tau)$.

Поскольку специальные агенты и очередь отсутствуют, то

$$\Delta_{\text{кон}}(t) = \Delta(t) - M(\tau)(1 + d + \Lambda), \quad t \geq \tau \tag{15}$$

(см. (11)).

При $z \geq u$ согласно (8а) имеем

$$\Delta(t) = (u_+ + s)\sum_{a \in N(t)} P(t,a) + \sum_{a \in W(t)} B(a) + \Delta_{\text{кон}}(t-1) + \min\{\Delta_{\text{кон}}(t-1)u,\ \Delta_{\text{кон}}(t-1)z\}.$$

В нашем случае взнос вкладчика $P(t,a) = 1$, взносы «друга» вкладчика равны d; число агентов на стадии накопления равно сроку накопления τ, умноженному на коэффициент $(1+d)$; число агентов, выплачивающих кредит, равно $\min\{\tau_{\text{кр}},\ t-\tau\}$[18]. Из этих соотношений и (14) получаем

$$\Delta_{\text{кон}}(t) = \Delta_{\text{кон}}(t-1) + Q(t-1) + F(t), \tag{16}$$

где

$$Q(t-1) = \min\{\Delta_{\text{кон}}(t-1)u, \Delta_{\text{кон}}(t-1)z\}, \tag{17}$$

$$F(t) = \tau(1+d)(u_+ + s) + B\min\{\tau_{\text{кр}}, t-\tau\} - M(\tau)(1 + d + \Lambda). \tag{18}$$

Величина $Q(t-1)$ – это сумма получаемых или выплачиваемых процентов на остаток кредитной массы, $F(t)$ – приток денежных средств по вкладам (с учетом премий на сбережения) и по предоставленным внешним и внутренним кредитам, $Q(t-1)+F(t)$ – чистый приток средств в кредитную массу. Согласно (5),

$$B = \left[c_+^{\tau_{\text{кр}}} c / \left(c_+^{\tau_{\text{кр}}} - 1\right)\right] M(\tau)\Lambda. \tag{19}$$

В силу (17)–(18)

[18] Первый кредит выплачивается в момент τ – момент окончания накопления первым агентом, а первый платеж по кредиту осуществляется в следующий момент.

$$F(t) = \tau(1+d)(u_+ + s) + \left\{\left[\left[c_+^{\tau_{кр}} c / \left(c_+^{\tau_{кр}} - 1\right)\right] \min\{\tau_{кр}, t-\tau\} - 1\right]\right\}\{\Lambda - 1 - d\} M(\tau). \qquad (20)$$

Уравнение (16) вместе с соотношениями (14), (17), (20) задает ссудо-сберегательную траекторию.

Заметим, что $F(t)$ возрастает на отрезке $\tau \le t \le \tau + \tau_{кр}$ и остается постоянной при $t \ge \tau + \tau_{кр}$. На этот факт опирается доказательство следующей леммы.

Лемма 1. *Если чистый приток средств в кредитную массу* $Q(t_0 - 1) + F(t_0) > 0$ *для некоторого момента времени* t_0 *, то ССТ финансово устойчива.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Из (16) следует, что $\Delta_{кон}(t_0) > \Delta_{кон}(t_0 - 1) + \varepsilon$, где ε – некоторая положительная величина. Но тогда $Q(t_0) > Q(t_0 - 1)$, $F(t_0 + 1) \ge F(t_0)$, и следовательно,

$$\Delta_{кон}(t_0 + 1) > \Delta_{кон}(t_0 - 1) + \varepsilon > \Delta_{кон}(t_0 - 1) + 2\varepsilon.$$

Значит, начиная с некоторого момента, величина $\Delta_{кон}(t)$ становится положительной.

Теорема 1. *Для финансовой устойчивости ссудо-сберегательной траектории необходимо выполнение неравенства*

$$Q(\tau + \tau_{кр} - 1) + F(\tau + \tau_{кр}) \ge 0, \qquad (21)$$

и достаточно, чтобы

$$Q(\tau + \tau_{кр} - 1) + F(\tau + \tau_{кр}) > 0. \qquad (22)$$

В случае $\Delta_{кон}(\tau + \tau_{кр} - 1) \ge 0$ *условие* (21) *является необходимым и достаточным, а при* $\Delta_{кон}(\tau + \tau_{кр} - 1) < 0$ *этим свойством обладает условие* (22).

Согласно теореме 1 финансовая устойчивость заведомо имеет место, если в тот момент, когда сформировалась полная линейка заёмщиков, чистый приток средств в кредитную массу оказывается положительным (*см.* (22)).

Д о к а з а т е л ь с т в о. Начнем с доказательства необходимости условия. Предположим, что (21) не выполняется. Тогда в силу (16)

$$\Delta_{кон}(t) < \Delta_{кон}(t - 1) \qquad (23)$$

при $t = \tau + \tau_{кр}$. Из (17) следует, что Q убывает на следующем шаге, в то время как F остается неизменным. Поэтому левая часть (21) сохраняет отрицательный знак, и, следовательно, неравенство (23) остается справедливым и для $(t+1)$. Повторяя рассуждение, убеждаемся в справедливости (23) при любом $t \geq \tau + \tau_{\text{кр}}$. Если $\Delta_{\text{кон}}\left(\tau + \tau_{\text{кр}} - 1\right) < 0$, то отрицательный знак $\Delta_{\text{кон}}\left(t\right)$ сохраняется для всех последующих периодов, и, следовательно, ССТ не является финансово устойчивой. Если же $\Delta_{\text{кон}}\left(\tau + \tau_{\text{кр}} - 1\right) \geq 0$, то и $Q\left(\tau + \tau_{\text{кр}} - 1\right) \geq 0$. Теперь из невыполнения (21), следует, что $F\left(\tau + \tau_{\text{кр}}\right) < 0$. Но тогда левая часть (21) остается меньше некоторой фиксированной отрицательной величины для всех $t \geq \tau + \tau_{\text{кр}}$. В силу (16) величина $\Delta_{\text{кон}}\left(t\right)$ должна, начиная с некоторого момента, оставаться отрицательной, а, следовательно, финансовая устойчивость не имеет места.

Если (22) не выполняется, то (23) превращается в нестрогое неравенство при любом $t \geq \tau + \tau_{\text{кр}}$. Следовательно, при $\Delta_{\text{кон}}\left(\tau + \tau_{\text{кр}} - 1\right) < 0$ финансовая устойчивость не имеет места. Необходимость условия доказана.

Достаточность условия немедленно следует из леммы 1. Теорема доказана.

Поскольку $z \geq u$, непосредственно из теоремы 1 вытекают два следствия.

Следствие 1. В случае $\Delta_{\text{кон}}\left(\tau + \tau_{\text{кр}} - 1\right) \geq 0$ условие

$$\Delta_{\text{кон}}\left(\tau + \tau_{\text{кр}} - 1\right)u + F\left(\tau + \tau_{\text{кр}}\right) \geq 0 \qquad (24)$$

необходимо и достаточно для финансовой устойчивости, а в случае $\Delta_{\text{кон}}\left(\tau + \tau_{\text{кр}} - 1\right) < 0$ этим свойством обладает условие

$$\Delta_{\text{кон}}\left(\tau + \tau_{\text{кр}} - 1\right)z + F\left(\tau + \tau_{\text{кр}}\right) > 0. \qquad (25)$$

Следствие 2. В случае $F\left(\tau + \tau_{\text{кр}}\right) \leq 0$ условие (24) необходимо и достаточно для финансовой устойчивости, а в случае $F\left(\tau + \tau_{\text{кр}}\right) > 0$ этим свойством обладает условие (25).

Д о к а з а т е л ь с т в о. В случае $F\left(\tau + \tau_{\text{кр}}\right) \leq 0$ необходимое условие (21) влечет за собой неравенство $\Delta_{\text{кон}}\left(\tau + \tau_{\text{кр}} - 1\right) \geq 0$, следовательно, условие (24) необходимое. Если выполнено условие (24), то $\Delta_{\text{кон}}\left(\tau + \tau_{\text{кр}} - 1\right) \geq 0$, а, следовательно, условие (24) достаточное.

В случае $F\left(\tau + \tau_{\text{кр}}\right) > 0$ дополнительное неравенство $\Delta_{\text{кон}}\left(\tau + \tau_{\text{кр}} - 1\right) \geq 0$ влечет за сбой неравенство (25), что оказывается достаточно для финансовой устойчивости в силу (24). Если же $\Delta_{\text{кон}}\left(\tau + \tau_{\text{кр}} - 1\right) < 0$, то условие (25) необходимо и достаточно в силу следствия 1.

Наряду с используемыми до сих пор понятиями устойчивости естественно ввести еще одно. Будем говорить, что ССТ *слабо финансово устойчива*, если на ней объем внешнего займа ограничен. Из теоремы 1 легко выводится соответствующий критерий.

Следствие 3. ССТ слабо финансово устойчива, но не финансово устойчива тогда и только тогда, когда к моменту формирования полной линейки заемщиков чистый приток равен нулю и при этом используется внешний заем:

$$Q(\tau+\tau_{\text{кр}}-1)+F(\tau+\tau_{\text{кр}})=0 \text{ и } \Delta_{\text{кон}}(\tau+\tau_{\text{кр}}-1)<0.$$

Доказательство мы опускаем.

Нижеследующие утверждения полезны для понимания структуры финансово устойчивых ССТ.

Утверждение 1. *Пусть ССТ финансово устойчива, но не сильно финансово устойчива. Тогда* $F\left(\tau+\tau_{\text{кр}}\right)>0$.

Доказательство. Предположим противное. Тогда, поскольку F не убывает, $F\left(t\right)\le 0$ при любом $t\ge\tau$. Рассматриваемая ССТ не является сильно устойчивой, следовательно, $\Delta_{\text{кон}}\left(t_0\right)<0$ для некоторого t_0. Но тогда из равенства (16) следует, что $\Delta_{\text{кон}}\left(t\right)<0$ для всех $t\ge t_0+1$, а это противоречит условиям финансовой устойчивости.

Утверждение 2. *Пусть ССТ финансово устойчива, но не сильно финансово устойчива. Тогда найдется период* t_0 *такой, что* $\tau\le t_0<\tau+\tau_{\text{кр}}$, $F\left(t_0\right)<0$.

Доказательство. Пусть t_0 – наименьшее число, для которого $\Delta_{\text{кон}}\left(t_0\right)<0$. Это возможно лишь при $\tau\le t_0$. Очевидно, $\Delta_{\text{кон}}\left(t_0-1\right)+Q\left(t_0-1\right)\ge 0$, значит, $F\left(t_0\right)<0$ в силу (16). Из утверждения 1 следует, что $t_0<\tau+\tau_{\text{кр}}$.

Полученная картина ССТ вполне соответствует экономической интуиции. После начала выдачи кредитов величина чистого притока $Q\left(t-1\right)+F(t)$ может оказаться отрицательной; при этом запас средств, накопленный за начальные периоды, постепенно уменьшается. Но приток денежных средств от вкладчиков и заёмщиков $F(t)$ постепенно растет за счет выплат по кредитам. Возможно, что мы не исчерпаем запас начальных средств $\Delta_{\text{кон}}$ до того, как величина F станет положительной; в этом случае ССТ сильно устойчива. В противном случае приходится прибегать к внешнему займу. Если затем $F(t)$ вырастет настолько, что чистый приток $Q\left(t-1\right)+F(t)$ станет положительным, то остаток кредитной массы $\Delta_{\text{кон}}$ также начнет расти и, в конце концов, обретет положительный знак. Тогда ССТ финансово устойчива. Если же $Q(t-1)+F(t)$ останется отрицательным, то устойчивость не имеет места.

4.4. Условия сильной финансовой устойчивости. При сильной финансовой устойчивости ССТ уравнение (16) запишется так:

$$\Delta_{\text{кон}}(t)=\Delta_{\text{кон}}(t-1)+\Delta_{\text{кон}}(t-1)u+F(t), \tag{26}$$

где $F(t)$ определяется выражениями (18)– (20).

Выпишем явную формулу для вычисления $\Delta_{\text{кон}}(t)$. Пусть $t\le\tau+\tau_{\text{кр}}$. Многократно применяя (26), (18) и используя (19), получаем:

$$\Delta_{\text{кон}}(t)=\Delta_{\text{кон}}(\tau)\cdot u_+^{t-\tau}+F(\tau+1)u_+^{t-\tau-1}+F(\tau+2)u_+^{t-\tau-2}+\cdots+F(t)=$$

$$=(1+d)\frac{u_++s}{u}\left(u_+\frac{u_+^{\tau}-1}{u}-\tau\right)\cdot u_+^{t-\tau}-M(\tau)(1+d+\Lambda)(u_+^{t-\tau-1}+\cdots+1)+\tau(1$$

$$+d)(1+u+s)(u_+^{t-\tau-1}+\cdots+1)+\ B\cdot\left(u_+^{t-\tau-1}\cdot 1+u_+^{t-\tau-2}\cdot 2+\cdots+1\cdot(t-\tau)\right)$$

$$=(1+d)\frac{u_++s}{u}\left(\frac{u_+^{\tau}-1}{u}\cdot u_+^{t-\tau+1}-\tau\right)-M(\tau)(1+d+\Lambda)\frac{u_+^{t-\tau+1}-1}{u}$$

$$+B\left(\frac{u_+^{t-\tau}+u_+^{t-\tau-1}+\cdots+u_+-(t-\tau)}{u}\right)=$$

$$=(1+d)\frac{u_++s}{u}\left(\frac{u_+^{\tau}-1}{u}\cdot u_+^{t-\tau+1}-\tau\right)-M(\tau)\left\{1+d+\Lambda\cdot\left(\frac{u_+^{t-\tau+1}-1}{u}-\frac{c_+^{\tau_{\text{кр}}}\cdot c}{c_+^{\tau_{\text{кр}}}-1}\cdot\left(\frac{u_+^{t-\tau+1}-u_+}{u^2}-\frac{(t-\tau)}{u}\right)\right)\right\}.$$

Таким образом, при $t\le\tau+\tau_{\text{кр}}$

$$\Delta_{\text{кон}}(t)=(1+d)\frac{u_++s}{u}\left(\frac{u_+^{\tau}-1}{u}u_+^{t-\tau+1}-\tau\right)-$$

$$-M(\tau)\left\{1+d+\Lambda\left(\frac{u_+^{t-\tau+1}-1}{u}-\frac{c_+^{\tau_{\text{кр}}}c}{c_+^{\tau_{\text{кр}}}-1}\left(\frac{u_+^{t-\tau+1}-u_+}{u^2}-\frac{(t-\tau)}{u}\right)\right)\right\},$$

где, согласно (14), $M(\tau)=(p_+^{\tau}-1)p_+/p+s\tau$.

Начиная с момента времени $t=\tau+\tau_{\text{кр}}$, $F(t)$ не меняется. Следовательно, при $t\ge\tau+\tau_{\text{кр}}$ остаток кредитной массы вычисляется по формуле $\Delta_{\text{кон}}(t)=\Delta_{\text{кон}}(t-1)u_++F(\tau+\tau_{\text{кр}})$. Снова, используя неубывание функции $F(t)$ по *t*, получаем необходимое и достаточное условие сильной финансовой устойчивости.

Утверждение 3. *Пусть* $t_0\ge\tau$ *– минимальный период такой, что приток средств от* *агентов неотрицателен* $F(t_0) \geq 0$. *ССТ сильно финансово устойчива тогда и только тогда, когда остаток кредитной массы в предыдущий период также неотрицателен* $\Delta_{\text{кон}}(t_0 - 1) \geq 0$.

Доказательство. Если ССТ сильно финансово устойчива, то, по определению, неравенство $\Delta_{\text{кон}}(t) \geq 0$ выполнено для всех t.

Предположим, что $\Delta_{\text{кон}}(t_0 - 1) \geq 0$. Тогда $\Delta_{\text{кон}}(t_0) = \Delta_{\text{кон}}(t_0 - 1)u_+ + F(t_0) \geq 0$. Так как $F(t) \geq F(t_0)$ при $t \geq t_0$, то $F(t) \geq 0$, а значит $\Delta_{\text{кон}}(t) \geq 0$ при всех $t \geq t_0$.

Теперь покажем, что $\Delta_{\text{кон}}(t) \geq 0$ при $\tau \leq t \leq t_0 - 2$. Действительно, из (17) имеем $\Delta_{\text{кон}}(t) = \left[\Delta_{\text{кон}}(t+1) - F(t+1)\right]/u_+$. Так как по условию $F(t) \leq 0$ при $\tau \leq t \leq t_0 - 1$, то для всех $t \leq t_0 - 2$ имеем $\Delta_{\text{кон}}(t) \geq 0$, если $\Delta_{\text{кон}}(t+1) \geq 0$. Последнее неравенство, согласно предположению, верно для $t = t_0 - 2$, а значит (по индукции) – и для всех меньших *t*. Утверждение доказано.

Суммируем наши выводы в виде теоремы.

Теорема 3. *Пусть* t_0 *– минимальное число такое, что* $t_0 \geq \tau$ *и*

$$F(t_0) = \tau(1+d)(u_+ + s) + \left\{\left[\frac{c_+^{\tau_{\text{кр}}} c}{c_+^{\tau_{\text{кр}}} - 1}(t_0 - \tau) - 1\right]\Lambda - 1 - d\right\} M(\tau) \geq 0. \quad (28)$$

Для сильной финансовой устойчивости ССТ с параметрами $p, u, s, c, \tau, \tau_{\text{кр}}, \Lambda$ *необходимо и достаточно выполнения неравенства:*

$$\Delta_{\text{кон}}(t_0 - 1) = (1+d)\frac{s + u_+}{u}\left(\frac{u_+^{\tau} - 1}{u} u_+^{t_0 - \tau} - \tau\right) -$$
$$-\left(\frac{(p_+^{\tau} - 1)p_+}{p} + s\tau\right)\left(1 + d + \Lambda\left(\frac{u_+^{t_0 - \tau} - 1}{u} - \frac{c_+^{\tau_{\text{кр}}} c}{c_+^{\tau_{\text{кр}}} - 1}\left(\frac{u_+^{t_0 - \tau} - u_+}{u^2} - \frac{(t_0 - 1 - \tau)}{u}\right)\right)\right) \geq 0. \quad (29)$$

Теорема 1 доказана в предположении, что на входе ССП наблюдается «поток» агентов постоянной численности с одинаковыми и независящими от времени параметрами. Стоит отметить, что если в ССП одновременно входят несколько «потоков» с такими свойствами, то сильная устойчивость ССТ заведомо обеспечивается выполнением условий сильной устойчивости для каждого «потока».

Покажем, что при некоторых разумных ограничениях на параметры, величина $F(\tau + \tau_{\text{кр}})$ будет неотрицательной, так что выполняется (28). Сначала установим справедливость двух вспомогательных неравенств.

Лемма 2. *Для* $z>1, T>0$ *верны неравенства*:

$$q(z,T)=\frac{Tz^T(z-1)}{z^T-1}>1, \tag{30}$$

$$\frac{Tz^T(z-1)}{z^T-1}+\frac{T(z-1)}{z(z^T-1)}>2. \tag{31}$$

Кроме того, функция $q(z)$ *возрастает по* z *и* T.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Имеем

$$q(z,T)=\frac{Tz^T}{z^{T-1}+z^{T-2}+\ldots+1}=\frac{T}{z^{-1}+z^{-2}+\ldots+z^{-T}},$$

так, что возрастание по z очевидно. Неравенство (30) немедленно следует из соотношения $Tz^T>z^{T-1}+z^{T-2}+\ldots+1$. Как легко проверить, знак производной выражения (30) по T совпадает со знаком выражения $z^T-1-lnz^T$, которое, очевидно, положительно при $z>1$.

Чтобы проверить неравенство (31), запишем эквивалентное неравенство

$$f(z)=Tz^{T+1}(z-1)+T(z-1)-2z(z^T-1)>0.$$

Дважды дифференцируя $f(z)$, имеем

$$f'(z)=T(T+2)z^{T+1}-(T+1)(T+2)z^T+T+2,$$

$$f''(z)=T(T+1)(T+2)(z^T-z^{T-1}).$$

Рассмотрим множество $z>1$. Очевидно, что на нем $f''(z)>0$, значит, $f'(z)$ возрастает и положительна, поскольку $f'(1)=0$. Но тогда по аналогичной причине $f(z)$ также положительна. Лемма доказана.

Замечание. Нетрудно убедиться в том, что при естественном понимании неопределенностей для $z\geq 1$, $T\geq 0$ имеют место нестрогие неравенства типа (30) и (31).

Утверждение 4. *Если* $\Lambda\geq 1$, $u\geq 0$, $s\geq 0, \tau_{\text{кр}}\geq\tau>0$, $c\geq p>0$, $d=0$, *то* $F(\tau+\tau_{\text{кр}})>0.$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Рассмотрим формулу (20) при $t=\tau+\tau_{\text{кр}}$ и $d=0$. Заметим, что коэффициент при параметре Λ положителен в силу (30). Следовательно, при $\Lambda=1$ значение этого слагаемого будет минимальным. Отсюда

$$F\left(\tau+\tau_{\text{кр}}\right) \geq \tau\left(u_{+}+s\right)-M\left(\tau\right)+\left[\frac{c_{+}^{\tau_{\text{кр}}}c}{c_{+}^{\tau_{\text{кр}}}-1}\tau_{\text{кр}}-1\right]M\left(\tau\right) \geq$$

$$\geq \tau-\frac{(p_{+}^{\tau}-1)p_{+}}{p}+\left[\frac{c_{+}^{\tau_{\text{кр}}}c}{c_{+}^{\tau_{\text{кр}}}-1}\tau_{\text{кр}}-1\right]\frac{(p_{+}^{\tau}-1)p_{+}}{p}. \qquad (32)$$

В (32) использована формула (14), согласно которой

$$M\left(\tau\right)=\frac{(p_{+}^{\tau}-1)p_{+}}{p}+s\tau, \qquad (33)$$

и неравенство (30), обеспечивающее в (32) положительность коэффициента при $M\left(\tau\right)$ во втором его вхождении. Теперь для доказательства утверждения 4 достаточно убедиться в справедливости неравенства

$$\frac{\tau(p_{+}-1)}{(p_{+}^{\hat{o}}-1)p_{+}}+\tau_{\text{кр}}\frac{c_{+}^{\tau_{\text{кр}}}(c_{+}-1)}{c_{+}^{\tau_{\text{кр}}}-1} \geq 2. \qquad (34)$$

Второе слагаемое является значением функции $q\left(c_{+},\tau_{кр}\right)$, определенной в (30). Согласно лемме 2, q возрастает по обоим переменным. Из условия следует, что $q\left(c_{+},\tau_{\text{кр}}\right) \geq q\left(p_{+},\tau\right)$. Поэтому (34) следует из (31). Утверждение доказано.

Очевидно, что в условиях утверждения 4 неравенство $F\left(\tau+\tau_{\text{кр}}\right) \geq 0$ выполняется и при $\Lambda < 1$, если Λ не слишком мало.

5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ССУДО-СБЕРЕГАТЕЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ

5.1. Базовый тарифный план. Задача экспериментального исследования состояла в изучении устойчивости тарифного плана, близкого к реально используемому в рамках «Народной ипотеки», при варьировании внутренних и внешних параметров. В базовом примере ежемесячный взнос вкладчиков был принят равным 10 тыс. руб., срок накопления – 5 лет; процентная ставка по вкладу – 2%; начисление ежемесячное; срок кредита в полтора раза больше срока накопления; процентная ставка по кредиту – 6%, начисление ежемесячное; размер кредита равен 100% суммы накоплений на вкладе. Социальная выплата равнялась 30% суммы денежных средств, внесенных участником на вклад за календарный месяц. На социальные выплаты проценты по депозиту не начислялись. Предполагаем, что d =0,2, так что доля «друзей» вкладчиков (отказывающихся от кредита после завершения 5 и 6 лет накопления) k = $d/(1+d)$ составляет 16,7% численности всех агентов. Процент на внешнем рынке равен 8%

годовых. Очереди и досрочные расторжения договоров отсутствуют. Не учитываются также дефолты по кредитам.

Полная линейка заемщиков формируется через 12,5 лет (5 лет накопления и 7,5 лет выплаты кредита). Поэтому расчеты разумно ограничить 18 годами (точнее, в модели рассматривалось 200 периодов времени) – в этот период полная линейка заемщиков уже функционирует некоторое время и процесс стабилизирован.

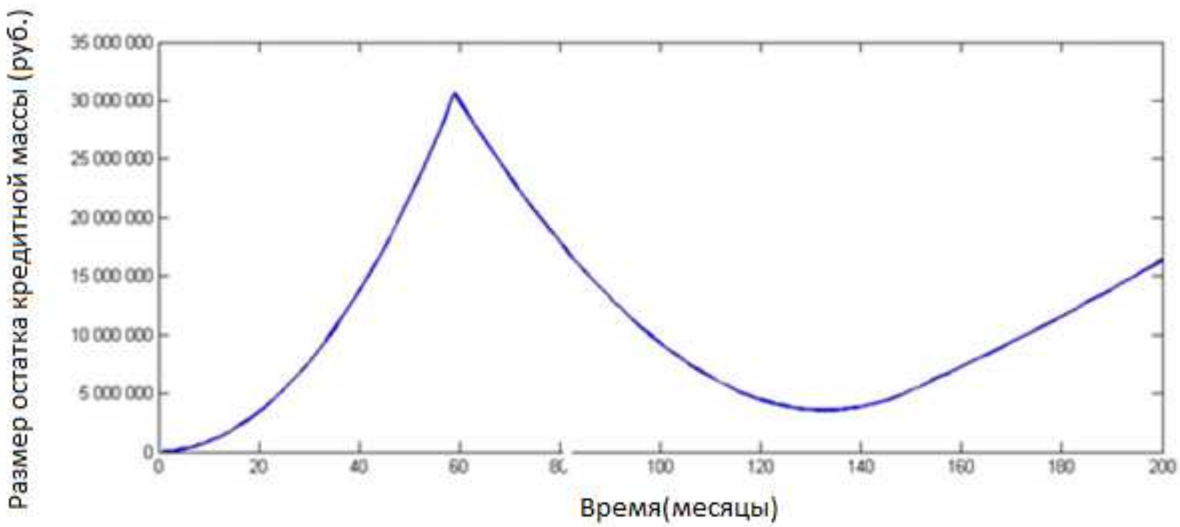


Рис. 1 Остаток кредитной массы.

На рис. 1 показан остаток кредитной массы при заданных параметрах (время указано в месяцах, объем остатка – в рублях). Первые 5 лет остаток растет, поскольку денежные средства накапливаются, а контрактные суммы не выдаются. Далее, приблизительно до десятого года остаток уменьшается за счет выдачи кредитов. Выплаты по кредиту постепенно растут, и, начиная со 130-го месяца, остаток снова увеличивается. Таким образом, при данных параметрах наблюдается сильная финансовая устойчивость.

Оценим теперь размер прибыли ССП в базовом примере. В принципе, можно изымать весь остаток кредитной массы, начиная с момента, когда выплаты по кредитам становятся достаточно большими (минимум графика на рис. 1: это – 135-й период времени). Однако на практике этот способ оказался неудобным, покольку он требует точного прогноза всей траектории.

Более практичным выглядит правило, в соответствии с которым в каждый момент времени изымается фиксированный процент средств из остатка. Естественно использовать такую ставку процента, при которой сохраняется сильная финансовая устойчивость.

В результате расчетов получаем, что максимальная допустимая ставка равна 1,8%. Удобно рассматривать относительный объем прибыли, т.е. отношение прибыли к объему депозитов в данный момент времени. График относительного объема прибыли за период изображен на рис. 2.

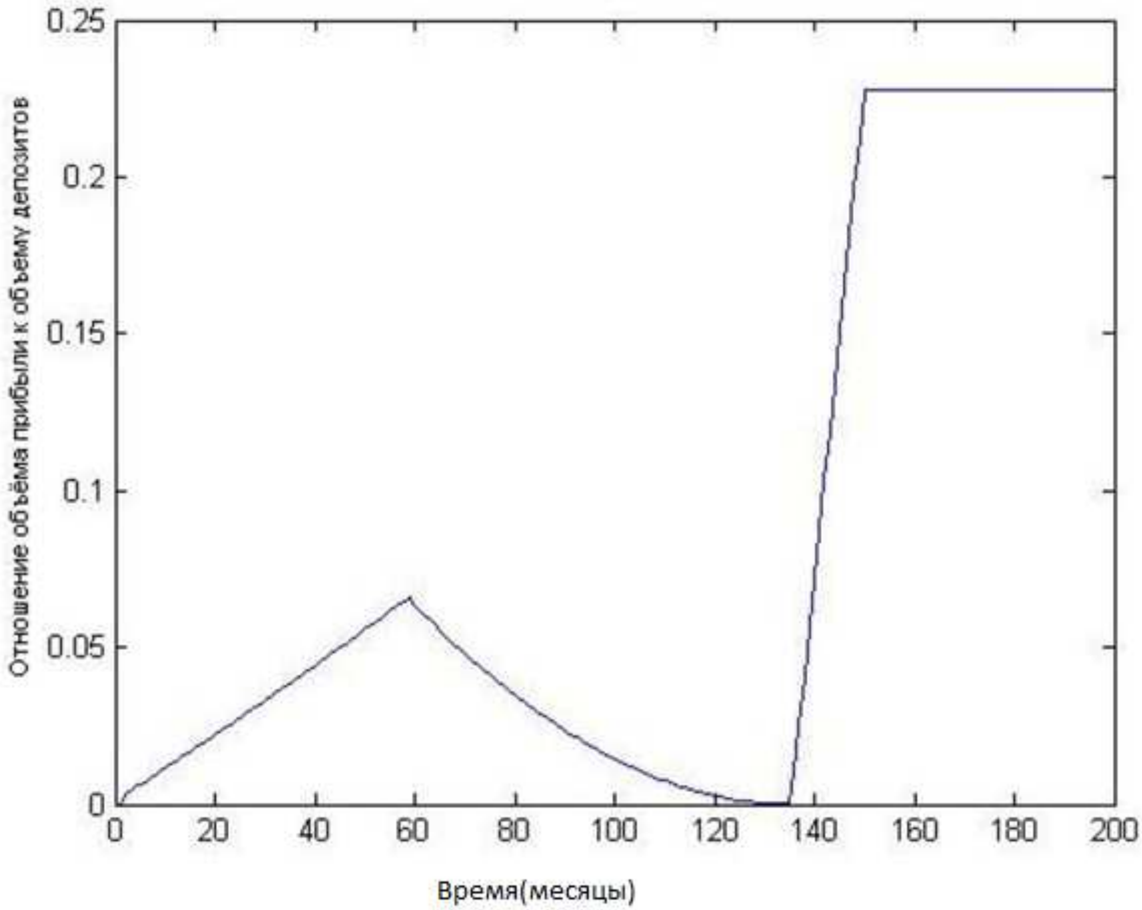


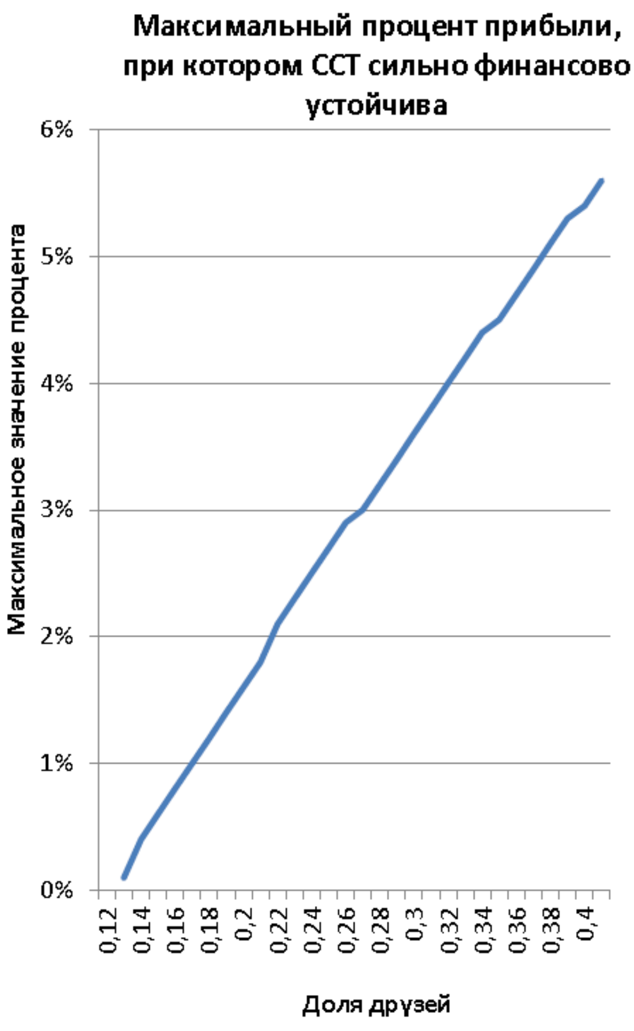
Рис. 2 Относительный объем прибыли.

Поведение объема прибыли соответствует поведению кредитной массы до периода 135 (11 лет с начала работы системы). В 136-й период величина $F(t)$ становится положительной, и прибыль оказывается пропорциональна остатку кредитной массы. Начиная с периода 150 (12,5 лет работы системы), становится постоянной, т.е. сформирована полная линейка заемщиков.

5.2. Границы устойчивости и прибыльности: варьирование параметров тарифного плана. Исследуем, как изменятся объемы и максимальный процент прибыли при изменении следующих параметров: доли «друзей» вкладчиков, отношения объема кредита к объему накопления, отношения срока кредитования к сроку накопления и ставок процента на государственные субсидии, на инвестиции, на кредиты и на накопления.

Под отношением объема прибыли к объему депозитов мы будем подразумевать отношение суммарного объема прибыли к суммарному объему депозитов в момент времени 200.

Изменение доли «друзей» вкладчиков d. Определенная доля вкладчиков, которые отказываются от кредита и чьи средства служат источником финансирования долгосрочных кредитов, жизненно необходима для стабильной работы ССП. На рис. 3 показано, как изменяются параметры прибыли при изменении параметра d. Напомним, что доля друзей $k = d/(1+d)$.



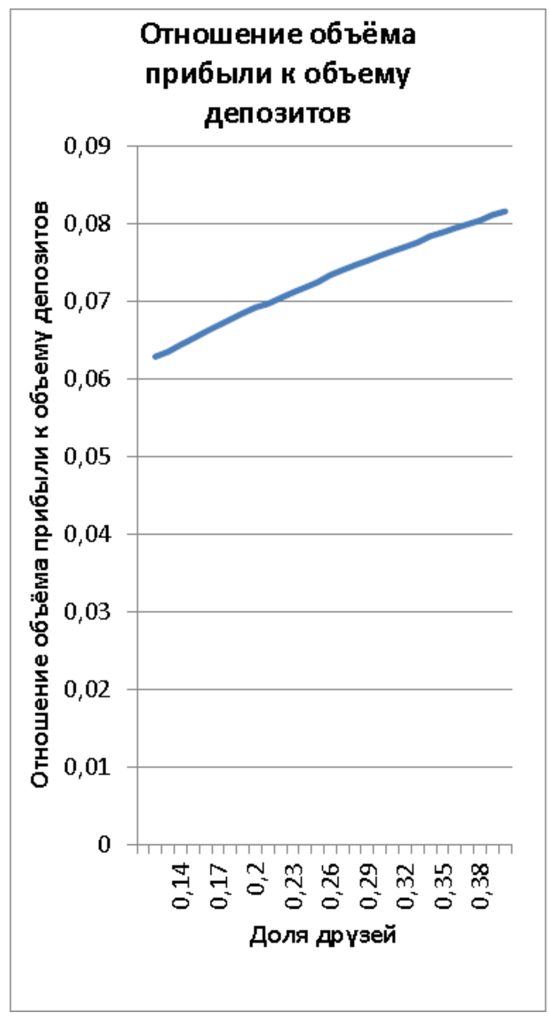


Рис. 3 Изменение доли друзей.

При $d = 0{,}1$ сильная финансовая устойчивость нарушается, но ССП остается финансово устойчивой даже при отсутствии «друзей» вкладчиков. По мере роста числа «друзей» растет и прибыль.

Изменение объема кредита Λ. Объем кредита определяется как доля Λ объема накоплений. На рис. 4 показано, как влияет изменение этой доли на прибыль.

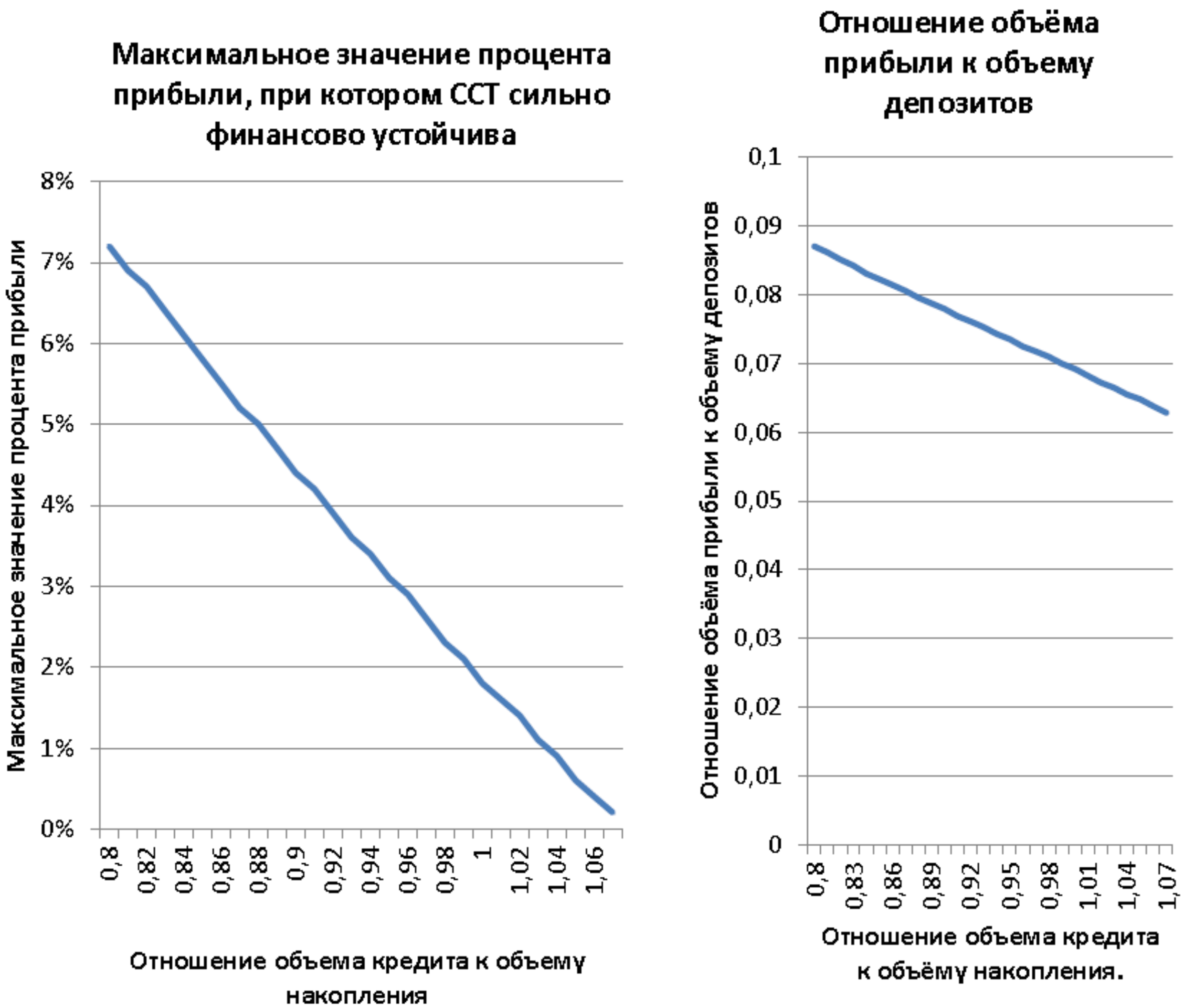


Рис. 4 Изменение объема кредита.

Как и следовало ожидать, увеличение Λ приводит к уменьшению прибыли. Граница сильной финансовой устойчивости достигается при $\Lambda = 1{,}1$, а граница финансовой устойчивости – при $\Lambda = 3{,}5$. Отметим, что относительно небольшие изменения этого параметра довольно сущесвтенно влияют на объем и допустимый процент прибыли.

Изменение срока кредитования. Напомним, что в базовом примере срок кредита равен 150% срока накопления. Увеличение срока кредита приводит к уменьшению прибыли. Граница сильной финансовой устойчивости достигается при отношении срока кредитования к сроку накопления, равном $1{,}7$, а граница финансовой устойчивости – при отношении, равном 5.

Изменение процентных ставок: субсидий на сбережения, инвестиционного дохода, ставки по внешнему кредиту. Для всех трех параметров наблюдается похожая динамика: максимальный процент и объем прибыли увеличиваются при увеличении ставки, при этом система реагирует слабее, чем на изменение рассмотренных выше параметров. Реакция на изменение доходности инвестиций отражена на рис. 5.

Рис. 5 Изменение доходности инвестиций

Сильная финансовая устойчивость наблюдается даже при нулевой ставке процента по субсидиям. Для процента по кредиту граница сильной финансовой устойчивости достигается при 3,9%, а финансовой устойчивости – при 1,5%.

Изменение процента на накопления. Соответствующая динамика отражена на рис. 6.

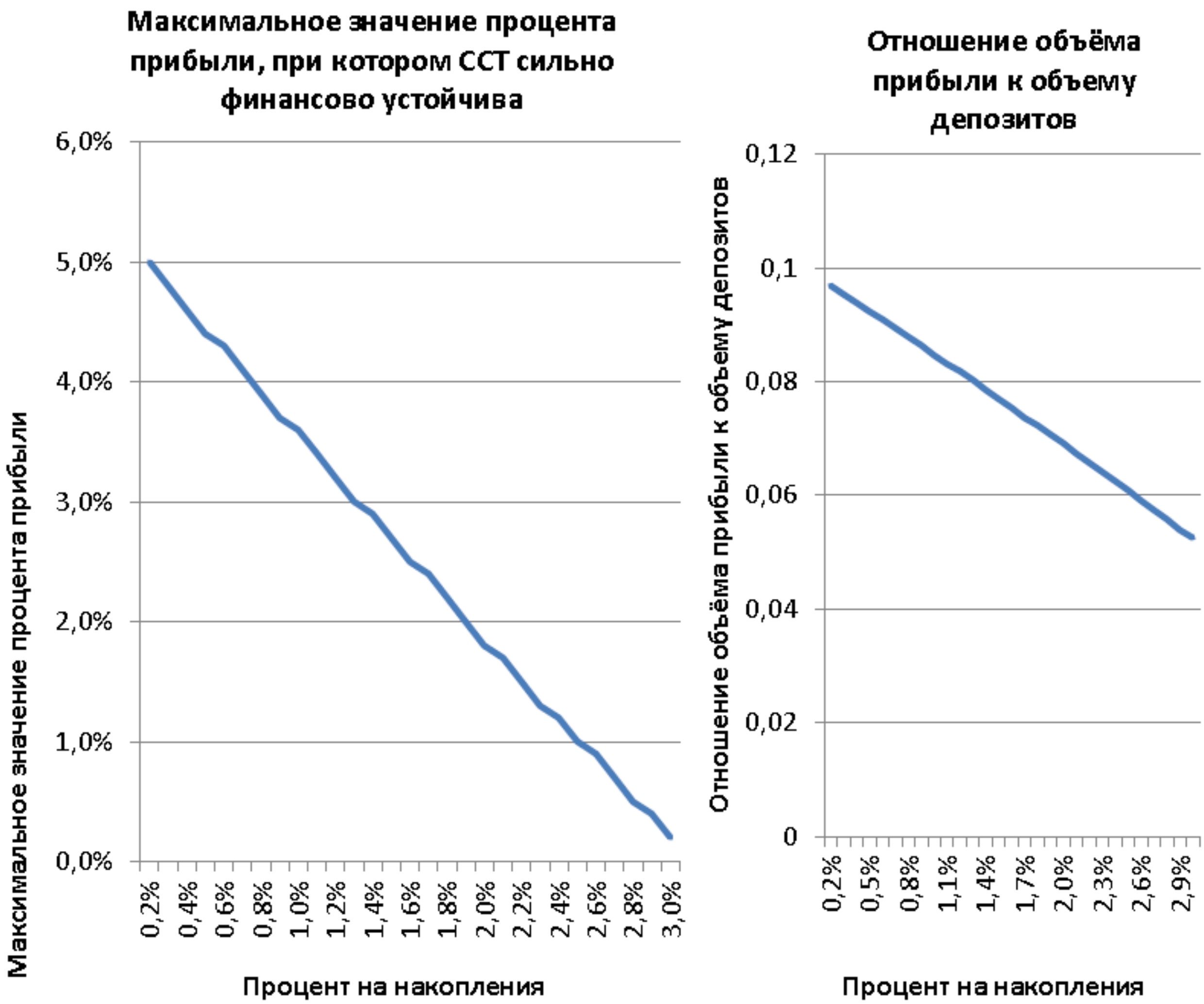


Рис. 6 Изменение процента на накопления.

При увеличении процента на накопления прибыль падает. Граница сильной финансовой устойчивости достигается при значении $3{,}6\%$, финансовой устойчивости – при $7{,}5\%$. Изменение этого параметра, как и других процентных ставок, слабее влияет на границы устойчивости, чем изменение объема кредита или времени кредитования.

5.3. Падение притока вкладчиков. Устойчивость к изменению притока вкладчиков – важнейшее свойство ссудо-сберегательных траектории. В данной модели была проведена серия соответствующих расчетов. А именно, в описанном выше базовом примере для данных параметрах рассматривались ситуации падения притока на величину $1–\lambda$, $0 \le \lambda < 1$ в разные моменты времени t после падения приток вкладчиков оставался неизменным. Таким образом, значение $t = 0{,}5$ соответствовало падению притока вкладчиков на 50%, а $t = 0$ – отсутствию притока.

В результате эксперимента оказалось, что даже полное прекращение притока вкладчиков в моменты времени $t > 170$ не нарушает сильную финансовую устойчивость. На рис. 7 показано, как изменяется количество периодов использования внешнего займа в зависимости от периода t, когда произошло возмущение (вертикальная ось) и его величины λ (горизонтальная ось).

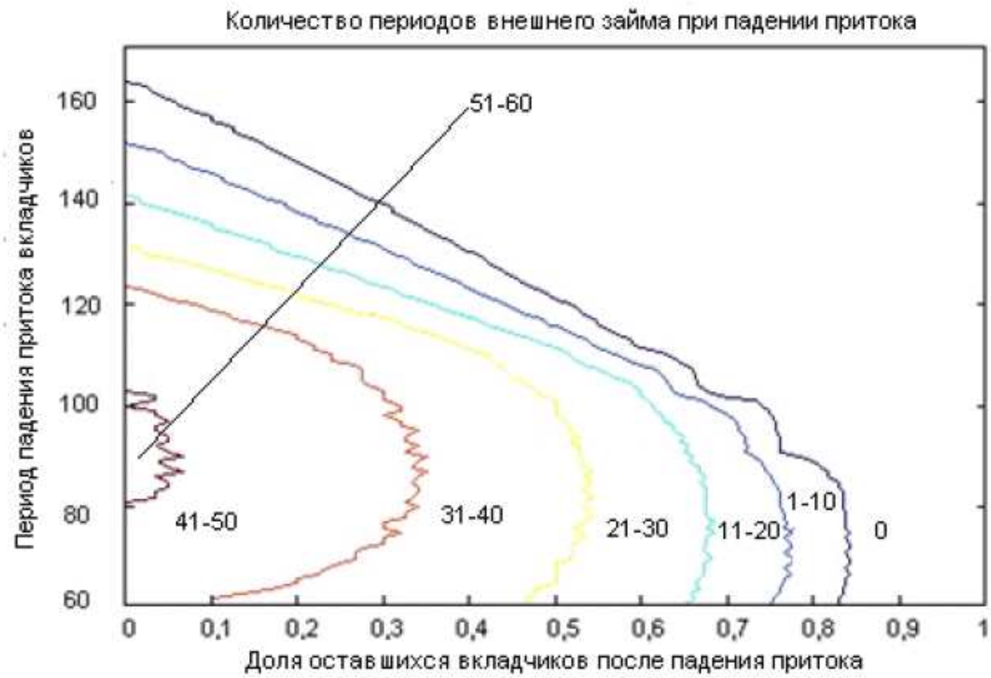


Рис. 7 Падение притока вкладчиков

На рисунке изображены кривые, соответствующие постоянным количествам периодов внешнего займа после падения притока. Таким образом, область 0 справа соответствует сильной устойчивости. Как мы видим, при незначительном падении притока вкладчиков (до 0,83 от общего количества) или при падении притока после 163-го периода сохраняется сильная устойчивость.

При более значительном уменьшении притока вкладчиков эффект зависит от того, в какой период времени это уменьшение происходит. Если момент шока достаточно удален от начала функционирования системы, то падение притока слабо влияет на число периодов внешнего займа (уже выдано достаточно кредитов, чтобы поддерживать систему). самые плохие сценарии наблюдаются при падении притока вкладчиков в $89-90$-е периоды. К моменту шока уже выдано много кредитов, кредитная масса не очень велика, а приток $F(t)$ еще отрицателен, поэтому уменьшение притока вкладчиков неблагоприятным образом влияет на сильную устойчивость ССТ. Тем не менее, даже в случае падения притока в 80-90 периоды финансовая устойчивость сохраняется: прибыль ССТ временно идет на погашение займов (сроком до 5 лет), а затем становится положительной.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная в работе динамическая модель ссудо-сберегательной программы предназначена для исследования, оценки и выбора параметров накопления, кредитования и субсидирования участников ипотечных институтов, где режим кредитования вкладчиков зависит от параметров выполненной вкладчиком программы накопления средств. Модель нетрудно модифицировать и дополнить так, чтобы она учитывала операционные издержки, потери по просроченным и дефолтным кредитам, издержки на резервирование и страхование.

Модифицированная модель может быть востребована тремя группами пользователей:

1) непосредственно стройсберкассами и банками для разработки планов накопления и кредитования;

2) Министерством финансов для разработки и анализа правил начисления премий вкладчикам на накопления;

3) надзорным органом (Центральным банком) для анализа и утверждения тарифных планов, предлагаемых стройсберкассами и банками населению, и разработки нормативов финансовой устойчивости стройсберкасс.

Кроме того, модель может быть использована для научных исследований системы ССП и выработки предложений ее совершенствования.

Полученные выше теоретические результаты и компьютерные расчеты, показали, что в российских условиях существуют ССП, которые обеспечивают устойчивую работу ссудо-сберегательных счетов в широком диапазоне изменения внешних условий и параметров. Отметим, что при разработке так называемой «Народной ипотеки» – системы спецсчетов, внедренной в Краснодарском крае, была использована модель, близкая к описанной выше.

Имеется ряд перспективных и важных, как в теоретическом, так и в прикладном аспекте направлений дальнейшего развития предложенного подхода, а именно:

1) учет связи между параметрами ССП и притоком вкладчиков; в частности, важно исследовать, в какой мере на их приток влияет размер премии на сбережения и длительность ожидания в очереди при тех или иных внешних условиях;

2) исследование эффективности различных мер, направленных на предотвращение опасности «бегства» вкладчиков (своевременное использование резервного фонда, увеличение

премии на сбережения, смена тарифного плана).

3) учет возможности совмещения различных тарифных планов;

4) исследование правил расчета рейтинга вкладчиков при формировании очереди;

5) составление методических рекомендаций для разработки и анализа тарифных планов ССП; разработка нормативных показателей для контроля ССП;

6) учет в модели функций полезности участников и формирования их спроса на услуги ССП с целью анализа эффективности ССП как ипотечного института на разных стадиях развития экономики;

7) разработка принципов постепенного преобразования ССП в банковский институт (по мере исчерпания функций ССП) путем сокращения премии на сбережения, повышения процентных ставок и расширения допустимых направлений деятельности ССП.

Доработка модели в соответствии с 1–4 существенно улучшит ее качество как инструмента анализа и контроля. Выполнение пункта 5 позволит существенно сократить издержки внедрения ССП; а разработанные рекомендации могли бы непосредственно использоваться на практике. Исследование проблемы 7 позволило бы сформировать рациональную государственную политику в отношении ССП на период 15–25 лет.

Можно ожидать, что в скором времени в России будет создано несколько десятков ссудо-сберегательных программ. Каждая стройсберкасса и каждый банк, предлагающий вкладчикам спецсчета, сможет вести систематические расчеты по модели с учетом меняющихся условий: темпов инфляции и доходов населения, объема премий на сбережения, притока новых вкладчиков и т.п. Аналогичный пересчет должен будет осуществляться и регулирующими органами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Артемова Е. (2012). Ипотека для народа. [Электронный ресурс] Сетевое издание «Интерфакс-Россия». Режим доступа: http://www.interfax-russia.ru/South/view.asp?id=328529, свободный. Загл. с экрана. Яз. рус. (дата обращения: октябрь 2013 г.).

Ильинский Д.Г., В. М. Полтерович, О.Ю. Старков (2012). Моделирование накопительных жилищных счетов в г. Краснодаре. Отчет о научно-исследовательской работе. Договор № 12/01 о проведении научно-исследовательской работы для ОАО «Агентство развития Краснодарского края / Под рук. В.М. Полтеровича. М.: Новая экономическая ассоциация.

Козлов В., Филатова А. (2011). Кубань испытывает ипотеку народом. [Электронный ресурс] *Эксперт Юг*. № 39–40 (179). Режим доступа: http://expert.ru/south/2011/40/kuban-ispyitaet-ipoteku-narodom/, свободный. Загл. с экрана. Яз. рус. (дата обращения: октябрь 2013 г.)

Полтерович В.М., Старков О.Ю. (2007). Формирование ипотеки в догоняющих экономиках: проблема трансплантации институтов. М.: Наука.

Полтерович В.М., Старков О.Ю. (2010). Поэтапное формирование массовой ипотеки и рынка жилья. В кн.: «*Стратегия модернизации российской экономики*» Полтерович В.М. (отв. ред.). СПб.: Алетейа.

Полтерович В.М., Старков О.Ю. (2011). Проектирование выхода из институциональной ловушки (на примере ипотеки в России). [Электронный ресурс] Режим доступа: http://www.mirkin.ru/index.php?option=com_content&task=view&id=1839&Itemid=270, свободный. Загл. с экрана. Яз. рус. (дата обращения: октябрь 2013 г.).

Михайлова Д. (2013).Народная ипотека набирает обороты. [Электронный ресурс] Bankir.ru. 22.06.2013. Режим доступа: http://bankir.ru/novosti/s/narodnaya-ipoteka-nabiraet-oboroty-10047976/#ixzz2iY7iv4Qc, свободный. Загл. с экрана. Яз. рус. (дата обращения: октябрь 2013 г.).

Народная ипотека (2013). «Народная ипотека» на Дону принесла первые плоды. [Электронный ресурс] Ростов: Ростов-дом. Режим доступа: http://rostov-dom.info/2013/09/narodnaya-ipoteka-na-donu-prinesla-pervye-plody/, свободный. Загл. с экрана. Яз. рус. (дата обращения: октябрь 2013 г.).

Laux H. (2005). Die buasparfinanzierung. Die finanziellen aspekte des bausparvertrages als spar- und kreditinstrument. 7 Auflage. Frankfurt am Main: Verlag Recht and Wirtschaft GmbH.

Scholten U. (2000). Rotating Savings and Credit Associations in Developed Countries: The German–Austrian Bausparkassen // *Journal of Comparative Economics*. No. 28.

Поступила в редакцию
07.11.2013 г.